CONSIDERAŢIUNI ASUPRA NUMĂRULUI ŞI POZIŢIEI PENELOR LA GRINZILE COMBINATE DE PODURI

de Prof. Dr. D. A. SBURLAN

In cadrul unor studii privitoare la dimensionarea grinzilor principale ale podurilor de lemn pentru căi ferate înguste (8, 9) am găsit în literatura de specialitate unele indicaţiuni, ce pot conduce la rezultate eronate.

Pentru a lămuri aceste chestiuni şi spre a pune la îndemâna constructorilor în lemn date mai precise, am cercetat, în lucrarea de faţă, diferitele procedee utilizate azi în practică, pentru stabilirea dimensiunilor, rezistenţei, numărului şi poziţiei penelor. Am propus apoi anumite interpretări de dat acestor procedee, pentru a înlesni şi a face mai sigură aflarea rezultatelor.

Ingroşările sau îmbinările longitudinale cu pene ale grinzilor de lemn aparţin legăturilor celor mai simple. Cu toate acestea, modul de comportare al pieselor utilizate la asamblare (pene, şuruburi) este diferit, după felul cum acţionează şi după direcţia în care se exercită solicitările, faţă de poziţia fibrelor lemnului. Din această cauză, în practică nu s'au putut încă stabili relaţii certe între diferitele forţe şi dimensiuni şi nu s'au putut imagina procedee de calcul aplicabile pentru toate cazurile.

Incercări de laborator făcute în Germania au arătat, că siguranţa îmbinării este dependentă, în prima linie, de rezistenţa la forfecare a lemnului grinzii şi a penei. Şuruburile au rolul să ţină laolaltă piesele îmbinate şi într'o oarecare măsură, să preia sarcinile, ce solicită penele în sens transversal, faţă de direcţia principală a solicitării. Aceste încercări de laborator au mai stabilit, că nu e cazul să se ţină seama de apăsarea pe pereţii găurii şuruburilor, nici de reacţia dată de frecările între pene şi grinzi. De asemenea, în practică se poate neglija şi reducerea dimensiunii grinzii prin găurirea pieselor, având în vedere că şuruburile au o rezistenţă mai mare decât a lemnului.

In manualele de poduri, pentru calculul penelor, ţinând seama de problemele ce se pun, se găseşte descrisă de regulă metoda, care utilizează forţele tăietoare în anumite secţiuni, de obiceiu echidistante, sau forţele de alunecare deduse din cele dintâi.

Descrierea detailată a acestei metode s'a dat în lucrarea noastră *« Contribuţiuni la studiul grinzilor principale de lemn pentru podurile de c. f. ecart. 0,760 m »*, publicată în Analele ICEF, vol. X, 1945. In acel studiu s'au propus şi anumite simplificări şi precizări, ce trebuesc aduse acestui procedeu, spre a satisface cât mai multe din cerinţele practicei. De asemenea s'au întocmit abace conţinând date pentru cazurile cele mai des întâlnite în construcţia podurilor de c. f. îngustă.

In lucrarea de faţă, vom examina un procedeu expeditiv, destul de frecvent utilizat în practică, pentru aflarea numărului şi poziţiei penelor. El constă în aceea, că grinzile podului se consideră solicitate la încovoiere nu prin greutatea proprie şi prin convoiul de sarcini, ci printr'o sarcină uniform repartizată numită sarcină echivalentă, care după cum se ştie, dă acelaşi moment încovoietor total.

In acest caz, determinarea forţelor tăietoare şi de alunecare se poate face mai uşor, iar procedeul pentru aflarea numărului şi poziţiei penelor este mult simplificat şi poate fi interpretat grafic, în modul cel mai convenabil.

Trebue menţionat, că acest procedeu, deşi rare ori descris în manualele pentru construcţiuni în lemn (3) este aproape singurul utilizat în toate celelalte genuri de lucrări, unde grinzile sunt supuse la încovoieri sau alte solicitări, ce dau forţe tăietoare. Cu ajutorul lor se determină, de pildă, numărul şi poziţia scărilor (fiarelor îndoite) la grinzile de beton armat, niturile la grinzile metalice, etc.

Câteva indicaţiuni asupra acestui procedeu se află în manualul de « Statica construcţiunilor şi rezistenţa materialelor » al Prof. Gh. Em. Filipescu (pag. 385 şi 503), unde se găsesc şi anumite date practice, precum şi un exemplu de calcul, asupra cărora vom reveni, în cele ce urmează.

In prealabil trebuie să se observe, că numărul şi poziţia penelor depind de dimensiunile ce se dau penelor şi de rezistenţa admisibilă, ce se ia pentru materialul lemnos din care se confecţionează aceste piese.

In multe ţări, la asamblarea grinzilor de lemn combinate, se utilizează astăzi, pe o scară întinsă şi cu bune rezultate, pene metalice. La construcţiile de poduri de lemn, dela noi, se folosesc însă, aproape exclusiv, pene transversale din lemn de stejar, care, după cum se ştie, dau un randament mai mic decât cele metalice. Acestor pene de lemn, ca şi scobiturilor ce se fac în grinzi, li se dau secţiuni transversale dreptunghiulare şi forme longitudinale trapezoidale, cu o înclinare a laturilor lungi de 1/10, pentru ca penele, care prin uscare se contrag şi slăbesc, să poată fi bătute ulterior.

Penele transversale au fibrele orientate perpendicular pe fibrele grinzii. In acest fel, ele lucrează la anihilarea alunecării longitudinale prin rezistenţa lor la o compresiune perpendicular pe fibre. Unii autori, având în vedere că forţa de alunecare acţionează după planul de contact între grinzile componente, consideră că are loc un efort de forfecare şi în consecinţă propun ca pana să se calculeze la forfecare $\perp$ pe fibre.

Kollmann (în « Hütte », I, pag. 919) dă pentru rezistenţa la compresiune a stejarului perpendicular pe fibre 105 kg/cm² (la rupere). După DIN, 1052, rezistenţa admisibilă la compresiune perpendicular pe fibre este, pentru stejar, de 40 kg/cm².

Prescripţiunile oficiale bavareze dau, pentru această rezistenţă, tot 40 kg/cm², cele pentru Saxonia 50 kg/cm², cele austriace 40 kg/cm², cele poloneze 35 kg/cm².

Se vede, din cifrele date, că valoarea propusă în DIN 1052 poate fi considerată ca o valoare medie [1]). Având în vedere însă, că lemnul din care se confecţionează penele este de regulă un material ales, de bună calitate şi bine uscat, socotim că se poate lua, fără nici un pericol, o rezistenţă admisibilă la compresiune de 50 kg/cm².

In multe manuale de construcţiuni se indică, pentru rezistenţa penelor transversale alte cifre, de regulă mai mari. Astfel în « Brückenbau » de Mittasch-Bräunig, în cadrul unui exemplu de calcul (pag. 245) se face uz de o rezistenţă la compresiune a penei perp. pe fibre, de 80 kg/cm².

In tratatul mai sus amintit al lui Filipescu, în Aplicaţia Nr. 78, pag. 395, se ia o rezistenţă a penei de 80 kg/cm² şi o rezistenţă la forfecare a pragului dintre pene ale grinzii de brad, de 10 kg/cm². In ambele exemple se face deci uz de fapt de rezistenţa la compresiune a lemnului, în care efortul e dirijat paralel cu fibrele, ceea ce este eronat şi conduce la dimensiuni şi poziţii necorespunzătoare pentru pene.

Cazul cel mai favorabil este dacă se consideră pana supusă prin forţa de alunecare longitudinală la o forfecare, perpendicular pe fibre. In privinţa rezistenţei la forfecare $\tau_{\perp}$, nu se găsesc date practice verificate. Prescripţiunile oficiale germane DIN 1052 nu ne dau în această privinţă, nicio cifră pentru rezistenţa admisibilă mai sus menţionată.

---

[1]) Aceeaşi valoare este admisă şi în « Prescripţiunile... M. L. P. », 1937. (v. nota dela pag. 50).

4

In « Holz in Hochbau » de H. Bronneck se dau în general pentru forfecare următoarele rezistențe admisibile (pentru stejar):

	Rezist. la forfecare, kg/cm² când efortul este dirijat: paralel cu fibrele	perp. pe fibre
Prescripţiunile prusiene	10	—
» bavareze	20	60
» saxone	20	50
» austriace	15	—
» poloneze	25	60
DIN 1052[1])	20	—

Cifrele de mai sus arată, că rezistența la forfecare perpendicular pe fibre este aprox. egală cu rezistența la compresiune. In consecință, pana ar trebui calculată la compresiune după suprafața pragului pentru o rezistență admisibilă de 50 kg/cm² și verificată la forfecare după planul de contact pentru 50 kg/cm². Vom expune și un procedeu recomandat pentru grinzile combinate de poduri, propus de Melan și utilizat uneori în practică.

O pană transversală este supusă așa dar, prin acțiunea forței de alunecare longitudinală, la o compresiune (sau la forfecare) perpendiculară pe fibre, căreia pana îi opune rezistența de 50 kg/cm². Grinda, la rândul ei, suferă, prin reacțiunea penei, o forfecare în lungul fibrelor, pentru care se poate lua (după DIN 1052) o rezistență admisibilă de 12 kg/cm² când grinda e de brad și de 20 kg/cm² când este de stejar.

Problema numărului și repartiției penelor transversale comportă deci o primă cercetare referitoare la dimensiunile și rezistența lor și a doua, privitoare la rezistența pragurilor ce rămân în grindă, între scobiturile făcute pentru pene.

Trebuie remarcat dela început, că metodele care conduc la un număr de pene prea mare, au inconvenientul că reduc distanțele între pene, în special între cele dela extremitățile grinzii, astfel că pragurile rămase în grinzi, între scobiturile penelor, se pot forfeca.

In cele ce urmează, se examinează toate aceste aspecte ale problemei, întâi pentru grinda dublă, alcătuită din două piese suprapuse, solidarizate prin pene și șuruburi și apoi pentru grinda triplă.

Grinzi cu mai mult de trei piese suprapuse nu se utilizează în practică, fiind greu de confecționat și având o stabilitate redusă pe reazime (au înălțimi prea mari față de bază).

[1]) Aceleași cifre se găsesc și în « Prescripțiunile pentru proiectarea și executarea construcțiilor în lemn » din 1937, ale Min. Lucr. publice din România.

a) Grinda dublă

1. *Aflarea numărului penelor*

In construcţia podurilor, piesele ce intră în alcătuirea grinzilor combinate, se iau de regulă cu secţiunea patrată. Prin aceasta se obţine un randament mai bun la cioplirea sau tăierea în gater a buştenilor (patratul e dreptunghiul cu cea mai mare suprafaţă, înscris în cerc). Urmează deci, că o grindă combinată dublă are în acest caz dimensiunile $b/H = b/2b$, fiindcă $H = 2b$.

Pentru a simplifica procedeul de repartiţie a penelor, potrivit celor expuse mai înainte, vom considera că grinzile de pod lucrează ca bare simplu rezemate la capete şi supuse acţiunii unei sarcini echivalente uniform repartizate, q tone pe m. l. de grindă, care dă acelaşi moment încovoietor total, ca şi convoiul de sarcini, plus greutatea proprie a grinzilor şi aceea a suprastructurii.

In consecinţă, variaţia forţelor tăietoare şi aria forţelor de alunecare pe jumătate din deschidere ($l/2$) se pot reprezenta printr'un triunghiu,

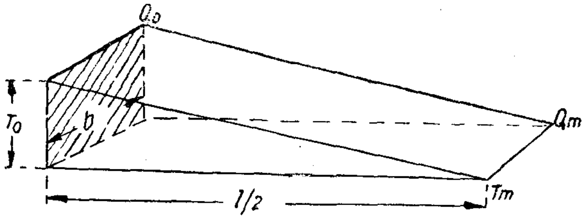

Fig. 1. — Variaţia forţelor tăietoare.

ar solidul forţelor de alunecare ce acţionează pe faţa penei, printr'o rampă triunghiulară, în care T_m la mijlocul deschiderii este zero, iar pe reazem are valoarea maximă T_0 (fig. 1).

Pentru o grindă combinată dublă având lungimea l şi secţiunea bH, asupra căreia lucrează sarcina echivalentă, uniform repartizată q (t/m. l.), vom avea:

la mijlocul deschiderii:

o forţă tăietoare .... $Q_m = 0$

o forţă de alunecare .... $T_m = 0$

iar în dreptul reazemului A:

o forţă tăietoare egală cu reacţia reazemului, $Q_0 = A = \dfrac{q.l}{2}$

o forţă de alunecare......................... $T_0 = \dfrac{S_0}{J_0} . Q$

4*

In această din urmă relație, S_0 este momentul static al secțiunii aflate deasupra rostului de contact:

$$S_0 = \frac{bH}{2} \cdot \frac{H}{4} = \frac{bH^2}{8}$$

iar J_0 este momentul de inerție al secțiunii, $J_0 = bH^2/_{12}$. Așa dar, se poate scri:

$$T_0 = 1{,}5\,\frac{Q}{H} = 1{,}5\,\frac{q.l}{2H}.$$

Alunecarea totală pe jumătate din deschiderea grinzii poate fi reprezentată prin volumul rampei dreptunghiulare din fig 1:

$$T = \frac{1}{2}\,\mathrm{B}.\,\frac{l}{2},$$

în care $B = b.\ T_0$ este suprafața bazei rampei, deci:

$$T = \frac{1}{4}\,b\ T_0.l = \frac{1}{4}\,b \times 1{,}5\,\frac{q.l}{2H}\cdot l = \frac{1{,}5}{H}\cdot\frac{1}{8}\,q.l^2$$

Deoarece $\frac{1}{8}\ ql^2 = M$ este momentul încovoietor total la mijlocul grinzii, în tm, alunecarea totală în tone/cm va fi:

$$T = 1{,}5\,\frac{M}{H}\cdot 100 = 150\ \frac{M}{H}$$

Wille în lucrarea sa « Neue Bemessungsverfahren für Holz im Hochbau », 1942, printr'o deducție similară, ajunge la relația:

$$T = \frac{18{,}75\ q.l^2}{H}$$

unde punând: $18{,}75 = \frac{150}{8}$ se poate scri:

$$\frac{150}{8}\cdot\frac{q.l^2}{H} = 150\,\frac{1}{H}\cdot\frac{q.l^2}{8} = 150\,\frac{M}{H}$$

De asemenea, Prof. Filipescu, în « Statica Construcțiunilor » (pag. 387 și urm.) pornind dela o formulă a lui Jurawsky, privitoare la distribuția rezistențelor la forfecare pe secțiunea unei grinzi, stabilește pentru grinzile cu secțiune constantă relația:

$$b\tau = T.\,\frac{S}{J}$$

în care T, S şi J au semnificaţiile arătate anterior, iar τ este rezistenţa la forfecare. Cum $\frac{S}{J} = \frac{1,5}{H}$, se poate scri: $T = 1,5 \frac{b\tau}{H}$ şi fiindcă după relaţia lui Navier, $b\tau = M$

$$T = 1,5 \frac{M}{H}, \text{ sau pe cm: } T = 150 \frac{M}{H}.$$

Pentru determinarea numărului de pene necesar spre a anihila alunecarea totală pe jumătate din deschidere, trebuesc stabilite mai întâi dimensiunile şi rezistenţa unei pene.

Am arătat mai înainte, că penele transversale pot fi considerate ca solicitate la compresiune perpendicular pe fibre. Rezistenţa lemnului la această solicitare este deosebit de mică (abia $\frac{1}{4}$ faţă de aceeaşi rezistenţă, când efortul e dirijat paralel cu fibrele).

In consecinţă, în cazul penelor transversale trebuesc luate dimensiuni cât mai mari, bine înţeles căutând ca prin aceasta să nu se ajungă la o slăbire prea mare a secţiunii grinzii. Importantă este, în acest caz, adâncimea c a scobiturii ce se face în fiecare din grinzile componente (fig. 2), pentru a introduce pana. In manualele de specialitate se arată, că această adâncime variază, pentru penele transversale, între 0,1 şi 0,16 h, în care h este înălţimea secţiunii uneia din cele două bârne componente. Se recomandă să se ia o adâncime mai mică a scobiturii la mijlocul deschiderii şi mai mare către reazime, unde forţele tăietoare şi alunecarea sunt mai mari.

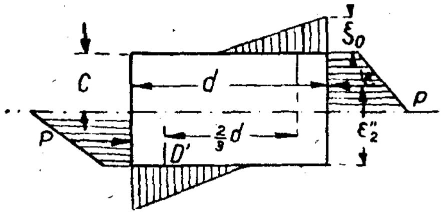

Fig. 2. — Variaţia tensiunilor în pană.

De regulă, în practică se admite o adâncime c a scobiturii invariabilă, pe toată lungimea grinzii, în care caz e recomandabil să se ia o valoare medie, de pildă $c = 0,125\ h$; ceea ce însemnează, că scobitura ce se face în grindă, pătrunde în aceasta pe 1/8 din înălţimea secţiunii bârnei.

Alunecarea totală T pe jumătate din deschidere se exercită asupra feţei $b\ c$ a acelor n pene. Dimensiunea b este egală cu lăţimea secţiunii bârnei.

In multe manuale de poduri se utilizează următorul procedeu: Notând σ_z rezistența specifică a penei la compresiune pe cm² adică la solicitarea prin forța T, rezistența totală R a penei va fi:

$$R = b.c.\sigma_z$$

Melan (« Brückenbau » I) propune să se ia pentru această rezistență valoarea globală $\sigma_z = 0{,}3\ \sigma$ adică 30% din rezistența lemnului la încovoiere. La grinzile de poduri, penele se calculează de regulă cu această valoare care, după cum se vede, este ceva mai mică decât aceea indicată în DIN 1052 (33 kg față de 40). In cazul penelor de stejar s'ar calcula deci cu o rezistență admisibilă:

$\sigma_z = 0{,}3.110 = 33$ kg/cm²; așa dar rezistența unei pene ar fi:

$$R = 33\ b.c$$

La grinzile combinate duble, la care

$$b = \frac{H}{2}\text{ și } c = \frac{h}{8} = \frac{H}{16}$$

vom avea:

$$R = \frac{H}{2}\cdot\frac{H}{16}\cdot 33 = 1{,}03\,H^2 \approx H^2 \qquad (1)$$

adică rezistența unei pene în kg este egală cu patratul lui H în cm.

Este cazul să remarcăm însă că rezistența σ_z a fost propusă de Melan, referindu-se în special la pragurile tăieturilor ce se fac pentru grinzile cu dinți, unde, după cum se știe, o bună parte din fibre este tăiată pieziș, astfel că rezistența la forfecare a porțiunii dinspre vârful dinților este considerabil redusă. Socotim deci, că lățimea penei se poate calcula, luându-se în considerare o rezistență la compresiune de 40 kg/cm² (pentru stejar). In aceste condițiuni, rezistența unei pene va fi: $R = 40\ b.c.$ și punând

$$b = \frac{H}{2}\text{ și } c = \frac{h}{8} = \frac{H}{16}\text{ , avem: } R = 40\frac{H^2}{32} = 1{,}25\,H^2$$

Revenind acum la calculul numărului penelor, acesta se determină din relația simplă:

$$n = \frac{150\ M/H}{1{,}25\ H^2} = 120\frac{M}{H^3}$$

Dacă M este dat în tm și R în kg, spre a unifica măsurile, se va scrie:

$$n = 120000\frac{M}{H^3} = 120\frac{10^3}{H^3}M$$

Această expresiune se poate transpune uşor într'o nomogramă, în modul arătat în fig. 3, unde prima curbă arată valorile $120\frac{10^3}{H^3}$ iar seria de oblice din jumătatea din dreapta a abacului serveşte la multiplicarea rezultatelor, cu valorile momentelor. In exemplul ales, sunt date momentele ce solicită grinzile duble de poduri pentru c. f. înguste, cu deschideri între 7 şi 11 metri.

Construcţia nomogramei. Pe verticala din stânga (fig. 3) se iau, la scări convenabile (de ex. 5 mm = 1 cm) valorile înălţimilor totale ale grinzilor combinate duble, în cm, între cifrele extreme (de ex. între 68 şi 88 cm), iar pe orizontala de jos, valorile expresiunii: $120.10^3/H^3$. (Se poate utiliza tabela II de puteri şi rădăcini din « Hütte » în care se găsesc valorile $10^3/n$, luând $n = H^3$). Scara acestor

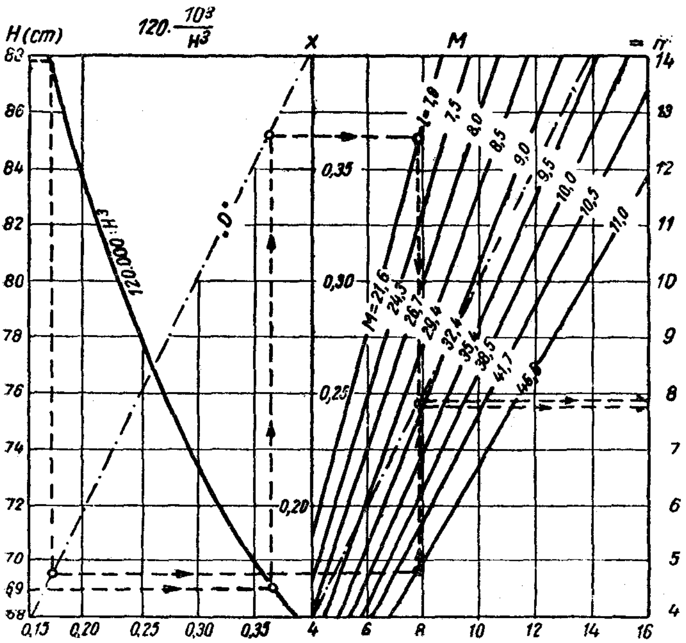

Fig. 3. — Nomogramă pentru aflarea numărului penelor la grinzile duble.

din urmă valor se alege în aşa fel, încât să rezulte pentru canevasul respectiv o formă dreptunghiulară cât mai avantajoasă (de ex. pentru o valoare a expresiei $10^3/H^3$, de 0,1 iau 2 cm).

Se unesc punctele corespunzătoare cifrelor înscrise pentru H şi se obţine parabola cubică $120.000 : H^3$.

Se trasează « directriţa D », unind valorile de aceleaşi coordonate de pe orizontala de jos şi de pe verticala din dreapta, astfel ca rezultatele de pe orizontală să poată fi transpuse pe verticala din dreapta, în vederea operaţiilor în continuare.

Pentru multiplicarea rezultatelor din primul canevas cu valorile momentelor M, se trasează fascicolul de oblice din canevasul din dreapta, unind prin drepte valorile 0,2 M şi 0,4 M, pentru fiecare din cifrele găsite pentru momentele M.

Directriţa « D » se trasează după aceleaşi norme, ca în cazul precedent.

In nomograma din fig. 3 se interpretează grafic expresia:

$$n = 120.000 \frac{M}{H^3}$$

Ecuaţia a fost transformată, pentru o mai simplă reprezentare, în:

$$120 \frac{10^3}{H^3} \times M = n,$$

operaţiile urmând în această ordine.

Exemplu: O grindă de pod dublă, cu deschiderea $l = 7{,}0$ m are înălţimea totală $H = 69$ cm şi este solicitată printr'un moment încovoetor total $M = 21{,}6$ tm. Să se determine numărul necesar n de pene.

Se duce prin 69 orizontala care taie parabola în punctul a, de acolo se ridică o verticală, care întâlneşte directriţa « D » în punctul b. Trasând prin acest punct o orizontală, se află pe verticala canevasului valoarea expresiei

$$120 \frac{10^3}{H^3} = 0{,}565$$

Pentru a înmulţi această valoare, cu aceea corespunzătoare momentului încovoetor M, se prelungeşte orizontala b, până la intersecţia cu oblica notată cu 21,6, în punctul c. Se coboară din c o verticală până la intersecţia cu directriţa « D ». Din acest punct (d) se duce orizontala de referinţă d e, care dă pe $n = 8$.

Trebue observat, că pentru valorile extreme înscrise în nomogramă ($H = 69$ şi $H = 88$ cm), corespunzătoáre deschiderilor de 7,0 şi 11,0 m, graficul dă aproximativ acelaşi număr de pene. Aceasta înseamnă, că la grinzile combinate duble pentru poduri de c. f. îngustă, numărul necesar de pene rămâne neschimbat, dacă dimensiunile penelor cresc corespunzător secţiunilor grinzii.

Următoarea deducţiune conduce la acelaşi rezultat. In cazul grinzilor combinate duble la care $b = \frac{H}{2}$ şi randamentul îmbinării = 80% se poate scrie:

$$W = \frac{M}{\sigma'} ; \frac{bh^2}{6} = \frac{M}{0{,}8\sigma}$$

Pentru grinzi de brad $\sigma = 100$ kg/cm², ($\sigma' = 80$ kg/cm³)

$$\frac{H}{2} \cdot \frac{H^2}{6} = \frac{H^3}{12} = \frac{100.1000\,M}{0{,}8.100} = \frac{1000M}{0{,}8}$$

sau

$$\frac{H^3}{12} = \frac{1000M}{0{,}8}$$

de unde

$$H^3 = 15000\ M.$$

Inlocuind această valoare a lui H^3 în expresia lui n se obţine:

$$n = 120.000 \frac{M}{H^3} = \frac{120.000M}{15.000M} = 8 \text{ pene.}$$

Am arătat însă mai înainte, că luând pentru rezistenţa penei $R = b.c.\sigma_z = 1{,}03\, H^2$, rezultă că această rezistenţă creşte proporţional cu patratul lui H. Aşa dar, dacă numărul penelor rămâne invariabil pentru deschideri între 7 şi 11 m, de fapt fiecare pană având dimensiuni mai mari, poate rezista unei forţe de alunecare sporită corespunzător deschiderii.

Dacă se ia în considerare o rezistenţă de numai 33 kg/cm² a feţei penelor transversale, se află $R = H^2$ şi deci, după aceeaşi relaţie, se găseşte un număr de pene $n = \dfrac{150000M}{15000M} = 10$. Acest număr este prea mare pentru deschiderile sub 10 metri unde, dacă se are în vedere şi lăţimea secţiunii penelor (în mediu $d = 5\, c$), ar rezulta distanţe prea reduse între pene. Astfel, la deschiderea de 7 m, ar fi rezultat, către capete, o distanţă din ax în ax a penelor de 19 cm, din care scăzând lăţimea penei ($d = 9$ cm), ar fi rămas o lungime a pragului de numai 10 cm, care n'ar fi putut rezista la forfecare.

Aşa dar, în practică se poate lua un număr fix de pene (de pildă $n = 8$) pentru toate grinzile duble, cu deschideri între 7 şi 11 m cu condiţiunea, ca bârnele componente să aibă secţiunea patrată:

$$b = h = \frac{H}{2}$$

Odată numărul penelor determinat, trebue stabilită poziţia acestora pe lungimea grinzii. Dacă în locul unei solicitări alcătuite din sarcină uniform repartizată şi un convoi de forţe, se admite că grinzile podului sunt supuse acţiunii unei sarcini echivalente uniform distribuite pe întreaga lungime a podului, q (t/m.l.) forţele tăietoare vor varia linear, dela valoarea zero în mijlocul deschiderii, la valoarea $Q = A = q.l/2$ în dreptul reazemului. In acest caz, după cum arată şi Filipescu, pentru ca fiecare pană sau piesă de solidarizare să se încarce în mod egal, suprafaţa mărginită de curba forţei tăietoare trebue divizată în n părţi egale (n fiind numărul penelor). Revine la acelaşi lucru, dacă se împarte momentul încovoietor corespunzător, $M_x - M_0$ în n părţi egale. Dacă în intervalul $x - x_0 = l/2$ forţa tăietoare variază linear, forţa de alunecare T_m este nulă în ax şi are valoarea T în x. In acest caz, ordonatele care împart triunghiul în n părţi egale, se găsesc, faţă de vârful triunghiului, la distanţele x_0, x_0... date de relaţiile:

$$\frac{x_1^2}{1} = \frac{x_2^2}{2} = \frac{x_3^2}{3} = \ldots \frac{x_i^2}{i} = \frac{x_n^2}{n}.$$

Această împărţire proporţională a ariei poate fi executată şi grafic, cu ajutorul unui semicerc trasat sub $l/2$, al cărui diametru se împarte în n părţi egale, ducând segmentele de cerc cu centrul în x, după cum se arată în fig. 4. Tangentele la aceste segmente pe diametru, indică ordonatele care împart triunghiul în suprafeţe egale.

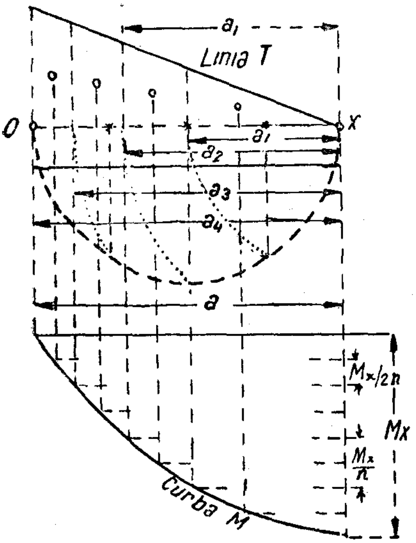

Fig. 4. — Aflarea poziţiei penelor (după Filipescu).

Se obţine acelaşi rezultat, divizând ordonanta momentului încovoietor total, corespunzător deschiderii l, în n părţi egale: Se duc prin punctele de diviziune, orizontale, până la intersecţia parabolei momentelor şi se ridică ordonate, care dau poziţia penelor. Poziţia şuruburilor dintre pene se află împărţind fiecare segment M/n al ordonatei, în două şi procedând, ca mai sus, prin ducerea de orizontale şi verticale (v. fig. 4).

Este cazul să amintim, că la procedeul descris mai sus, ordonatele ce împart triunghiul în părţi egale indică poziţiile şuruburilor, nu ale axei penelor. In G e s t e s c h i (3) se află descris un procedeu grafic similar (după H e n k e l) la care verticalele de diviziune indică locul penelor. Prin aceasta se obţin însă $n + 1/2$ pene, adică una din pene se plasează în axa deschiderii libere.

Procedeul are avantajul că plasează prima pană exact pe reazem, unde de altfel şurubul nu ar putea fi pus, neputându-se strânge.

Metoda descrisă mai sus convine în special în acele cazuri, când linia momentelor şi aceea a forţelor tăietoare sunt curbe oarecare. După F i l i p e s c u, în aceste cazuri, metoda poate da pentru poziţia penelor, distanţe ce diferă, faţă de cele exacte, cu aprox. 6% pentru prima pană şi cu 0,5% pentru penele următoare, diferenţe neglijabile în aplicaţiunile practice.

Din relaţiile existente între distanţele $x_1 \ldots x_n$ şi indicii de poziţie ai penelor (deschiderea liberă este $x_n = l/2$) rezultă:

$$\frac{x_n^2}{n} = \frac{(l/2)^2}{n} \quad \text{sau} \quad \frac{x_n^2}{n} = \frac{l^2}{4n} \quad \text{deci} \quad \frac{x_i^2}{i} = \frac{l^2}{4n} \quad \text{de unde} \quad x = \frac{l}{2}\sqrt{\frac{i}{n}}\,.$$

Dacă n este numărul posibil de pene (rezultat din calcul sau determinat pe altă cale) pe ½ din deschidere, înlocuind în ultima relaţie i prin valori între 1 şi n, se poate întocmi o tabelă, care să dea distanţele $x_1, x_2 \ldots x_n$ între axa deschiderii libere ($l/2$) şi axa penelor. Distanţele căutate se află multiplicând deschiderea l cu coeficienţii numerici din tabelă, pentru $n = 7 — 12$.

Această tabelă mai conţine şi cifre arătând distanţa din ax în ax între ultimele două pene (către reazem), când numărul n al penelor pe ½ din deschidere este cuprins între 7 şi 12 şi pentru deschideri libere $l = 7—16$ metri.

Verificarea la forfecare a pragurilor grinzilor se face scăzând din aceste distanţe lăţimea d a penelor.

TABELA Nr. 1

Distanţa între mijlocul grinzii şi axa penelor

	Distanţa între mijlocul grinzii şi axa penei, când numărul penelor n =					
	7	8	9	10	11	12
x_1	0,189.l	0,177.l	0,167.l	0,158.l	0,151.l	0,144.l
x_2	0,268.l	0,250.l	0,236.l	0,224.l	0,214.l	0,205.l
x_3	0,328.l	0,306.l	0,288.l	0,274.l	0,261.l	0,250.l
x_4	0,378.l	0,354.l	0,333.l	0,316.l	0,302.l	0,289.l
x_5	0,423.l	0,396.l	0,373.l	0,354.l	0,338.l	0,323.l
x_6	0,463.l	0,433.l	0,409.l	0,388.l	0,369.l	0,354.l
x_7	0,500.l	0,468.l	0,441.l	0,419.l	0,399.l	0,382.l
x_8	—	0,500.l	0,472.l	0,447.l	0,427.l	0,409.l
x_9	—	—	0,500.l	0,475.l	0,453.l	0,433.l
x_{10}	—	—	—	0,500.l	0,477.l	0,457.l
x_{11}	—	—	—	—	0,500.l	0,479.l
x_{12}	—	—	—	—	—	0,500.l
	Distanţa (cm) între ultimele 2 pene când n =					
	7	8	9	10	11	12
Relaţia . . .	*0,037.l*	*0,032.l*	*0,028.l*	*0,025.l*	*0,023.l*	*0,021.l*
7	25,9	22,4	19,6	17,5	16,1	14,7
8	26,6	25,6	22,4	20,0	18,4	16,8
9	33,3	28,8	25,2	22,5	20,7	18,9
10	40,7	32,0	28,0	25,0	23,0	21,0
11	—	35,2	30,8	27,5	25,3	23,1

Dacă se admite, că forţele tăietoare cresc linear, dela mijlocul grinzii către reazime, pentru stabilirea poziţiei penelor se mai pot utiliza şi datele din tabela II (după W i l l e). Depărtarea fiecărei pene de reazemul cel mai apropiat se află înmulţind deschiderea liberă l cu coeficienţii numerici din tabelă, corespunzători numărului n de pene, admis pentru jumătate din deschiderea liberă. Trebue observat, că utlizând datele din această tabelă prima pană nu mai cade în axa reazemului.

TABELA Nr. 2

Repartiţia penelor (după Wille)

	Distanţa între reazem şi pene, când numărul penelor n =					
	7	8	9	10	11	12
x_1	0,018.l	0,016.l	0,013.l	0,012.l	0,011.l	0,010.l
x_2	0,057.l	0,048.l	0,043.l	0,039.l	0,029.l	0,028.l
x_3	0,099.l	0,083.l	0,074.l	0,066.l	0,058.l	0,056.l
x_4	0,146.l	0,124.l	0,109.l	0,098.l	0,085.l	0,080.l
x_5	0,200.l	0,169.l	0,145.l	0,129.l	0,110.l	0,105.l
x_6	0,269.l	0,220.l	0,189.l	0,164.l	0,145.l	0,133.l
x_7	0,373.l	0,285.l	0,236.l	0,204.l	0,180.l	0,162.l
x_8	—	0,382.l	0,298.l	0,250.l	0,217.l	0,193.l
x_9	—	—	0,388.l	0,306.l	0,261.l	0,229.l
x_{10}	—	—	—	0,393.l	0,317.l	0,271.l
x_{11}	—	—	—	—	0,400.l	0,321.l
x_{12}	—	—	—	—	—	0,404.l

Astfel, la o grindă cu deschiderea $l = 10$ m, la care numărul necesar de pene $n = 10$, distanţele între axul acestora şi reazemul din stânga (fig. 5) vor fi:

$$x_1 = 12 \text{ cm}, \; x_2 = 39 \text{ cm}, \; x_3 = 66 \text{ cm}, \; x_4 = 98 \text{ cm, etc.}$$

Distanţele între penele vecine vor fi deci (măsurate din ax în ax):

$$39 - 12 = 27 \text{ cm}, \; 66 - 39 = 27 \text{ cm}, \; 98 - 66 = 31 \text{ cm, etc.}$$

La capete, s'a luat o distanţă minimă de 27 cm, pentru a asigura pragul dintre 2 scobituri, la forfecare.

2. *Verificarea penei la forfecare* (Calculul lăţimii penei).

1. Pentru ca o pană de dimensiunile b, $2\,c$, d (v. fig. 2 şi 6) să nu se foarfece sub acţiunea forţei de alunecare T, se prescrie în practică, să se ia pentru lăţimea ei:

$$d \geqslant 5\,c$$

în care c este adâncimea scobiturii făcute în fiecare grindă.

2. Pentru a stabili lăţimea necesară a penei, Gesteschi (3) porneşte dela condiţiunea, ca rezistenţa la forfecare a penei să fie mai mare decât rezistenţa acesteia la compresiune

$$b.d.\tau > c.b.\sigma_z$$

în care b şi d sunt dimensiunile penei, c adâncimea scobiturii în grindă, τ rezistenţa admisibilă la forfecare a lemnului din care e făcută pana, iar σ_z este «rezistenţa specifică» a dintelui (după Melan) şi care, în cazul penelor transversale are valoarea $0{,}3\,\sigma$ adică se ia numai 30% din rezistenţa admisibilă la compresiune.

Din relația de mai sus se deduce:

$$d \geqslant \frac{c.\sigma_z}{\tau}$$

Dacă se ia pentru $\sigma_z = 0{,}3.110 = 33$ kg/cm², iar pentru $\tau_{\parallel} = 10$ kg/cm² se află:

$$d \geqslant c.\frac{33}{10} = 3{,}3\ c$$

Dacă, după cum s'a arătat anterior, se ia pentru c valoarea $c = \frac{h}{8} = \frac{H}{16}$, urmează că $d = \frac{3{,}3}{16} H = 0{,}2\ H = 0{,}4\ h$.

3. Alți autori de manuale de poduri și de construcții în lemn nu sunt de acord asupra acestui mod de a calcula lățimea penelor. Mai întâi, valorile luate pentru τ și σ sunt arbitrare și nu corespund cifrelor indicate în diferitele prescripțiuni oficiale pentru felul solicitărilor la care este supusă pana.

In adevăr, pana transversală este acționată prin forța de alunecare T la forfecare și compresiune. După cum s'a arătat mai înainte, în cazul acestor pene forfecarea se produce nu paralel, ci perpendicular pe fibre; în consecință, urmează să se ia pentru T o valoare mult mai mare decât cea arătată mai sus și corespunzând rezistenței la forfecare paralel cu fibrele ($\tau_{\parallel} = 12$ kg/cm²) și anume se va lua: $\tau_{\perp} = 50$ kg/cm².

De asemenea, în ce privește compresiunea, nu vedem pentru ce s'ar lua, în cazul penelor transversale, o «rezistență specifică pe dinte» (cum o denumește Melan) de $0{,}3\ \sigma$ ca la grinzile cu dinți. La acestea, fibrele lemnului sunt tăiate sub unghiuri de 20°—30° față de axa grinzii și din această cauză opun o mică rezistență la forfecare. La grinzile cu pene transversale este deci cazul să se ia o rezistență la compresiune mai mare și anume, pentru penele de stejar $\sigma = 40$ kg/cm², căreia i'ar corespunde unei «rezistențe specifice» după Melan, $\sigma_z = 0{,}5\ \sigma$

In acest fel este tratată această chestiune de unii autori de manuale de poduri. Astfel Mittasch-Bräunig (4), arată că suprafața bc a penei (fig. 5) trebue să reziste forței de alunecare $T.t_0$ pe distanța t_0 dintre pene: $b.c.\sigma = T.t_0$ de unde $t_0 = \frac{b.c.\sigma}{T}$

De asemenea, pana trebuie să reziste la forfecarea dată de aceeași forță:

$$b.c.\tau = T.t_0, \text{ de unde, lățimea penei } d = \frac{T.t}{b.\tau}$$

In aceste relații σ este rezistența admisibilă la compresiune a lemnului penei și τ rezistența penei la forfecare. Din eroare, acești autori ca și Prof. Filipescu neținând seama de direcția de aplicare a efortului T pe fibre, iau pentru σ o valoare de 80 kg/cm², iar pentru τ de 35

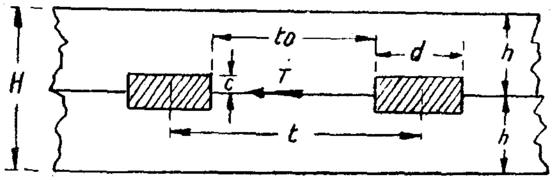

Fig. 5. — Elementele îmbinării cu pene.

kg/cm². Am arătat însă, că aceste valori corespund rezistenței penelor de stejar la compresiune și forfecare când forța se aplică paralel cu fibrele, nu perpendicular.

Așa dar, dacă plecând dela relația de condiție a lui Gesteschi:

$$b.d.\tau \geqslant c.b.\sigma, \text{ de unde } d = c\frac{\sigma}{\tau}$$

se introduc valorile rezistențelor la compresiune și forfecare corespunzătoare modului cum acționează forța de alunecare, adică $\tau_T = 50$ kg/cm² și $\sigma_\perp = 40$ kg/cm² (pentru pene de stejar) se află:

$$d = c\frac{40}{50} = 0{,}8\ c$$

Deoarece pana are o înălțime a secțiunii $C = 2\ c + h'$, în care h' este înălțimea spațiului liber dintre grinzi (când există), ar urma ca secțiunea penei să fie dreptunghiulară și pana să fie așezată cu dimensiunea cea mai mare în picioare, ceea ce ar conduce la o construcție cu stabilitate mică.

Rezultă deci, că trebuie să se ia pentru d o valoare cel puțin egală cu C, adică $d = 2c + h'$, iar la grinzile combinate fără spații între bârne, $d = 2\ c$, în care caz pana va avea secțiunea transversală mijlocie de formă patrată.

4. Pentru aflarea lățimii necesare a penei se mai poate folosi și următoarea deducție, în care se face uz de alte date și dimensiuni cunoscute:

Fiecare din cele n pene, de lățimea d, utilizate pe 1/2 din deschiderea unei grinzi combinate, trebue să reziste, atât la compresiune, cât și la forfecarea la care o supune cota-parte ce-i revine din forța totală de alunecare T, ce acționează pe 1/2 din deschidere.

Se presupune, aşa dar, că alunecarea totală T se repartizează în mod egal pe cele n pene, astfel că asupra fiecăreia din ele lucrează o forţă T/n.

Dacă presupunem că pe reazem valoarea acestei forţe este T_0 iar la mijlocul grinzii $T_n = 0$, alunecarea totală în tone pe 1/2 din deschiderea l este, după cum am văzut:

$$T = 150\frac{M}{H} = 18{,}75\frac{ql^2}{H}$$

în care q este sarcina echivalentă în tone, M = momentul încovoietor total în tm, iar H înălţimea grinzii combinate în cm.

Din relaţia:

$$b.d.\tau = \frac{T}{n}$$

care arată că rezistenţa la forfecare a unei pene trebue să anihileze forţa de alunecare ce-i revine, se poate deduce:

$$d = \frac{T}{n.b.\tau}.$$

Inlocuind pe T prin valoarea dată mai sus şi pe b prin $\frac{H}{2}$ şi luând $\tau = 50$ kg/cm; în fine înmulţind cu 1000 spre a exprima sarcina echivalentă în kg, avem:

$$d = \frac{18750\ q\ l^2}{n\frac{H}{2}.H.50} = 750\frac{q.l^2}{n.H^2}.$$

Când sarcina echivalentă q este dată pentru podul întreg, iar acţiunea ei este suportată de N grinzi, pentru aflarea lui d se va lua $1/N$ din valoarea de mai sus, adică $d = 750\frac{q.l}{n.N.H^2}$.

Exemplu: Pod de c. f. îngustă, $q = 6{,}1$ *t/m.l.* de pod, $1 = 10$ m, $H = 82$ cm, $N = 2$, $n = 7$.

Luând $c = \frac{h}{8} = \frac{H}{16} = 5{,}1$ cm,

după relaţia lui Gesteschi, $d \geqslant 3{,}3\ c = 3{,}3 \times 5{,}1 = 16{,}8$ cm.

S'a arătat însă că o pană având lăţimea $d = 2\ c = 10{,}2$ cm rezistă forfecării perpendicular pe fibre.

După relația $d = 750 \dfrac{q.1^2}{n.N.H^2}$ rezultă că lățimea necesară a penei este:

$$d = 750 \frac{6.1.100}{7.2.6724} = \frac{457.500}{94.388} = 4,8 \approx 5 \text{ cm.}$$

Acest din urmă rezultat confirmă concluzia stabilită mai sus, că lățimea penei poate fi luată egală cu adâncimea scobiturii în grindă ($c = 5,1$ cm). Pentru a spori stabilitatea la răsturnare, se va lua $d = 2c \approx 10$ cm.

5. In unele manuale de construcții în lemn (3, 4, 7) se prescrie deasemenea, ca valoarea lui d să se calculeze din relația:

$$d = \frac{R}{b.\tau}$$

în care b și τ au semnificațiile de mai sus, iar R este rezistența la compresiune a unei pene. Am arătat mai înainte, că la grinzile cu pene transversale, la care $b = \dfrac{H}{2}$ și $c = \dfrac{h}{8} = \dfrac{H}{16}$ se poate scri:

$$R = b.c.\sigma = \frac{H}{2} \cdot \frac{H}{16} \cdot 40 = 1,25\,H^2, \text{ deci}$$

$$d = \frac{1.25\,H^2}{\frac{H}{2} \cdot \tau} = \frac{2.1,25\,H^2}{H.50} = \frac{2,50\,H^2}{50\,H} = \frac{5,00\,H}{100} = 0,05\,H$$

In cazul din exemplul de mai sus, avem:
$d = 0,05.82 = 4,10 \approx 5$ cm, adică un rezultat apropiat de cel găsit prin relațiile dela punctul 4.

In concluzie, dacă la grinzile cu pene transversale de stejar se ia pentru adâncimea scobiturii o dimenisune suficient de mare pentru ca suprafața penei să reziste la compresiunea dată de forța de alunecare ce-i revine, pentru lățimea penei se poate lua $d = 2\,c$, adică dublul adâncimii scobiturii în piesele asamblate.

3. *Distanța minimă între pene.*

a) Pentru stabilirea distanței minime între scobiturile a două pene vecine (t_0 în fig. 6) în manualele de poduri se face uz de o relație propusă de Melan pentru calculul lungimii dinților:

$$t_0.T = c.b.\sigma_z = R$$

în care T este alunecarea longitudinală în tone sau kg, c este adâncimea crestăturii în grindă, b = lățimea secțiunii transversale a penei, σ_z = rezistența specifică a pragului crestăturii (a dintelui, după Melan) și S = rezistența totală a penei în tone sau kg.

Gesteschi (3) propune să se ia pentru σ_z, în cazul penelor transversale, valoarea $\sigma_z = 0{,}3\ \sigma$, ceea ce pentru pene din stejar dă cifra $\sigma_z = 33$ kg/cm².

Dacă în formula de mai sus se înlocuește T prin valoarea: $T = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{H}$ în care H este înălțimea totală a grinzii combinate și C = forța tăietoare la reazem, se obține:

$$t_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{H}{Q} \cdot c . b . \sigma_z .$$

Punând $c = \frac{H}{8}$, $b = \frac{H}{2}$ și luând $\sigma_z = 33$ se află:

$$t_0 = \frac{2}{3} \cdot \frac{H^3}{16Q} \sigma_z = \frac{2}{48} \cdot \frac{H^3}{Q} \cdot 33 = \frac{66}{48} \cdot \frac{H^2}{Q} = 1{,}375 \frac{H^2}{Q} .$$

Am arătat însă mai înainte, că la grinzile de brad duble, la care $b = H/2$, între H și M (momentul încovoietor total în grindă) există relația: $H^2 = 15.000$ M, așa dar:

$$t_0 = 1{,}375 \frac{15.000\ M}{Q} = 20625 \frac{M}{Q} .$$

Inlocuind momentul total prin valoarea: $M = \frac{q . l^2}{8}$ și forța tăietoare prin $Q = \frac{ql}{2}$ (în ambele formule q este sarcina echivalentă pe m. l. de grindă și l deschiderea liberă a grinzii supuse la încovoiere) se găsește:

$$\frac{M}{Q} = \frac{q . l^2/8}{q\ l/2} = \frac{l}{4}, \text{ deci: } t_0 = 20625 \frac{l}{4} = \boxed{5156\ l} .$$

Dacă l este dat în metri și Q (respectiv q) în tone, pentru a afla distanța minimă t_0 în cm, rezultatul din relația de mai sus trebue divizat prin 1000.

Exemple: La o grindă cu deschiderea $l = 10$ m, distanța minimă între pene este: $t_0 = 5{,}16\ l = 51{,}6 \approx 52$ cm.

5

b) Prof. Filipescu recomandă ca distanţa minimă între două pene vecine sau dela ultima pană din spre reazem până la capătul grinzii să fie astfel luată, încât lemnul grinzii să nu se foarfece în lungul fibrelor.

Dacă se înseamnă cu t_0 distanţa liberă între două pene (lungimea pragului) cu τ rezistenţa admisibilă la forfecare a lemnului grinzii, cu σ rezistenţa admisibilă la compresiune a pragului scobiturii, la limită trebuie să existe relaţia:

$$R = c.b.\sigma = \tau.b.t_0$$

de unde $t_0 = \dfrac{R}{b.\tau} = \dfrac{c.b.\sigma}{b.\tau} = \dfrac{c\,\sigma}{\tau}$

relaţie identică cu aceea stabilită pentru lăţimea penei (v. pag. 62). Filipescu propune să se ia $c = 0{,}1\ h = 0{,}2\,H$ şi $\sigma = 80$ kg/cm.²

Luând apoi pentru $\tau = 10$ kg/cm² şi pentru $b = h = \dfrac{H}{2}$ se află:

$$t = 0{,}1h\,\frac{80}{10} = 0{,}8\,h = 0{,}4\,H$$

Noile prescripţiuni germane (DIN 1052 şi 1074) indică pentru grinzile de poduri următoarele rezistenţe admisibile: $\sigma_{\parallel}$ (brad) = 85 kg/cm²; $\tau_{\perp}$ (brad) = 7 kg/cm².

Inlocuind în relaţia $t_0 = c\dfrac{\sigma_c}{\tau}$ se obţine: $t_0 = c\dfrac{85}{7} = 12\ c$

$$t_0 = 1{,}2\,h = 0{,}6\,H.$$

Dacă se ia $c = \dfrac{h}{8} = \dfrac{H}{16}$ valoarea lui t_0 va fi:

$$t_0 = \frac{H.85}{7.16} = \frac{85\,H}{112} = 0{,}76\,H$$

Exemplu: La o grindă de pod cu deschiderea $l = 10$ m, la care s'a calculat $H = 82$ cm, distanţa minimă între pene ar fi: $t_0 = 0{,}76\ H = 0{,}76.82 = 62{,}3$ cm, valoare mai mare decât cea aflată prin relaţia anterioară. Dacă se ia însă după Filipescu, $t_0 = 0{,}4\ H$ se află: $t_0 = 0{,}4.82 = 32{,}8 \approx 33$ cm.

c) Mittasch-Bräunig (4) propun ca distanţa minimă t_0 să se calculeze ţinând seama de forţa de alunecare T, ce lucrează asupra fiecărei pene şi de rezistenţa la compresiune a lemnului penei. In acest caz, condiţia de echilibru este: $b.c.\tau = t_0.T$, de unde: $t_0 = \dfrac{b.c.\sigma}{T}$

Deoarece trebuie evitată şi forfecarea pragului dintre pene după suprafaţa $b\,t_0$ (fig. 5) urmează că: $b.\,t_0.\tau = T.t$, de unde $t_0 = \frac{T.t}{b.\tau}$

In sfârşit, pana trebuie să reziste şi ea la forfecare, adică: $b.d.\tau' = T.t$.

Rezultă deci că: $d = \frac{Tt}{b.\tau'}$

In aceste relaţii σ este rezistenţa admisibilă la compresiune a lemnului grinzii, τ este rezistenţa la forfecare a pragului dintre pene şi τ' aceeaşi rezistenţă a lemnului penei. Comparând expresiile care dau pe t_0 şi d se află:

$$\frac{t_0}{d} = \frac{b.\tau'}{b.\tau}, \text{ de unde } t_0 = \frac{\tau'}{\tau} \cdot d$$

Am arătat mai înainte, că pentru grinzile de brad cu pene transversale de stejar se pot lua următoarele valori: $\sigma = 85$ kg/cm², $\tau_{\parallel}$ (brad) $= 7$ kg/cm² şi $\tau'_{\perp}$ (stejar) $= 50$ kg/cm². Aşa dar, $t_0 = \frac{50}{7}\,d$

$$t_0 = 7{,}14\ d.$$

Pentru lăţimea penei transversale s'a stabilit, la limită, valoarea $d = 0{,}8\ c$, deci:

$$t_0 = 7{,}14 \times 0{,}8\,c = 5{,}7\,c$$

Dacă se ia $c = \frac{H}{16}$ se găseşte pentru t_0 valoarea:

$$t_0 = \frac{5{,}7\,H}{16} = 0{,}36\,H$$

Exemplu: Pentru cazul considerat la punctul (b) s'a găsit $H = 82$ cm, deci

$$t_0 = 0{,}36\ H = 0{,}36 \times 82 = 29{,}52 \approx 30 \text{ cm}.$$

d) Distanţa minimă între pene poate fi de asemenea determinată, utilizând unele relaţiuni stabilite anterior între elementele îmbinării şi forţa de alunecare T.

Am văzut, că alunecarea totală (în tone sau kg) pe jumătate din deschidere este: $T = 18{,}75\ \frac{q\,.\,l^2}{H}$ în care q este sarcina echivalentă în tone sau kg, pe m. l. de grindă, l = deschiderea liberă şi H înălţimea totală a secţiunii grinzii, ambele în cm.

Pragul de lungimea minimă t_0 este solicitat de forţa de alunecare T/n, presupunând că sarcina se repartizează egal asupra celor n pene.

Trebuie deci ca acest prag să reziste la forfecare după planul bt_0, adică:

$$T/n = t_0\, b.\tau$$

Am văzut însă mai înainte, că $n = \frac{T}{R}$, deci $\frac{T}{n} = R = t_0 . b . \tau$

In cazul grinzilor duble, cu secțiunea bârnelor patrată:

$$T = 15.000 \frac{M}{H}, \; n = 120.000 \frac{M}{H^3}, \text{ deci } R = 1{,}25\; H^2,$$

adică solicitarea pragului trebuie să fie egală cu rezistența penei.

Punând deci $\tau R = t_0 b$, obținem $t_0 = \frac{R}{b\tau} = \frac{1{,}25\, H^2}{b.\tau}$ și înlocuind $b = \frac{H}{2}$ și $\tau = 7$ kg/cm² (pentru bârne de brad) se află:

$$t_0 = \frac{1{,}25\, H^2}{\frac{H}{2} . 7} = \frac{2{,}5\, H^2}{7} = 0{,}36 \text{ H}$$

Aceasta este tocmai expresia găsită și prin deducția dela punctul (c).

Din relațiile desvoltate mai sus, rezultă, că nu s'a elaborat până astăzi o metodă unică pentru determinarea distanței minime între pene. Diferiții autori de manuale de construcții în lemn și de poduri prescriu procedee variate, unele din ele conducând, după cum am văzut, la distanțe prea mari între pene, ceea ce îngreuiază repartiția justă a acestora pe lungimea grinzii sau reclamă dimensiuni prea mari pentru pene.

Socotim, că procedeele dela punctele (c) și (d) satisfac condițiilor de rezistență cerute și conduc la rezultate verificate de multă vreme în practică.

Trebuie însă să remarcăm, că distanța minimă obținută din relația: $t_0 = 0{,}36\, H$ trebuie comparată cu distanțele între axele penelor ($t = t_0 + d$) aflate cu ajutorul tabelelor date la pag. 59 și în caz că valoarea calculată este prea mică, să se deplaseze corespunzător penele dela capete, către axul deschiderii.

2. **Grinda triplă**

Procedeele pentru calculul numărului și rezistenței penelor nu variază față de cele descrise la grinda dublă, decât în ce privește dimensiunile ce se dau acestor piese, față cu dimensiunea secțiunii grinzii.

La grinzile formate din trei bârne suprapuse cu secţiunea totală $b\ H$ (fig. 7) forţa de alunecare T_y în kg/cm pe rostul de contact $I—I'$ aflat la distanţa y de axa $x—x$ este, după cum se ştie:

$$T_y = \frac{Q . S_x}{b . J_x}$$

în care Q este forţa tăietoare în tone, S_x este momentul ariei secţiunii grinzii, aflate deasupra liniei $I—I'$, raportat la axa $x—x$ (în cm^3), b = lăţimea secţiunii în cm şi J_x = momentul de inerţie total în cm^4. Se poate scri deci:

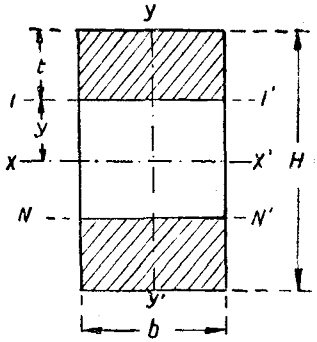

Fig. 6. — Grindă triplă.

$$S_x = b . t \frac{H—t}{2} = \frac{b\,t\,H}{2} - \frac{b t^2}{2} \quad \text{şi } J_x = \frac{bH^3}{12}$$

In cazul grinzilor de poduri se ia, de regulă, $t = b = \frac{H}{3}$ sau $H = 3\ b$

deci:

$$S_x = b . b . \frac{3b—b}{2} = b^3 = \left(\frac{H}{3}\right)^3 = \frac{H^3}{27} \text{ şi } J_x = \frac{bH^3}{12} = \frac{H}{3} \cdot \frac{H^3}{12}$$

Inlocuind aceste valori în expresia lui T_y şi scriind alunecarea în kg/cm pentru rostul $I—I'$ avem:

$$T = \frac{Q \frac{H^3}{27} \cdot 1000}{\frac{H}{3} \cdot \frac{H^4}{36}} = \frac{\frac{1000\,Q\,H^3}{27}}{\frac{H^5}{108}} = \frac{108.000 . Q}{27\,H^2} = 4000\,\frac{Q}{H^2}$$

Dacă se consideră grinda de pod încărcată cu o sarcină echivalentă q (t/m.l.), se poate scri: $Q = \frac{q . l}{2}$, deci $T_1 = \frac{2000\,q\,l}{H^2}$

Forţa de alunecare totală pe jumătate din deschiderea l (rampă triunghiulară, ca în fig. 1) va fi în acest caz:

$$T = \frac{b . T_1 . l . 100}{4 . 1000} = \frac{\frac{H}{3} \cdot \frac{2000\ ql}{H^2}\ l . 100}{4000} = \frac{200000\ ql^2}{12000\ H} = \frac{100}{6}\,\frac{ql^2}{H}$$

$$T = 16{,}66\,\frac{ql^2}{H}$$

Inlocuind $\frac{ql^2}{8} = M$, se poate scri: $T = 133\,\frac{M}{H}$

Wille în « Neue Bemessungsverfahren » stabileşte pentru cazul grinzilor triple relaţia: $T = \frac{\psi''.q.l^2}{H}$, în care dacă se ia $b = t = \frac{H}{3}$ coeficientul ψ'' are valoarea 16,70, deci $T = 16{,}70\,\frac{ql^2}{H}$, relaţie identică cu cea de mai sus.

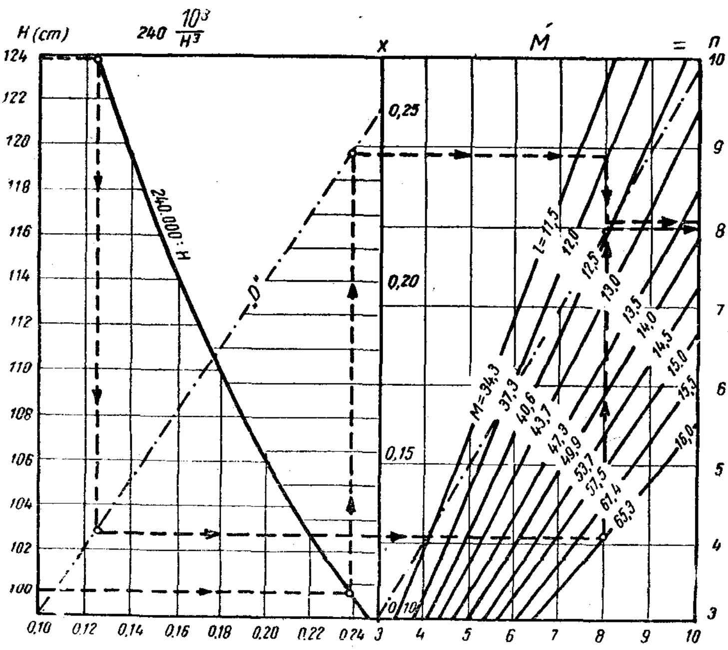

Fig. 8. — Nomogramă pentru determinarea numărului penelor la grinzile triple.

Se poate demonstra uşor, că pe rostul de contact NN' forţa de alunecare longitudinală are o valoare egală cu aceea pe rostul $I—I'$. In adevăr $S_x = 2b \cdot \frac{H—2b}{2} = b^3$, celelalte date din formula T_y rămânând schimbate.

Numărul penelor necesare pentru anihilarea forţei de alunecare T va fi şi în acest caz: $n = \frac{T}{R}$

Rezistenţa unei pene $R = b.c.\sigma^c = 40\ bc$ şi fiindcă la grinzile triple $b = \frac{H}{3}$, iar $c = \frac{1}{8}\frac{H}{3} = \frac{H}{24}$ rezultă că: $R = 40\frac{H}{3} \cdot \frac{H}{24} = \frac{40H^2}{72} = 0{,}56\,H^2$

Urmează deci, că $n = \frac{133\ M/H}{0{,}56\ H^2} = 240\ \frac{M}{H^3}$

Dacă M este exprimat în tm, s în kg/cm² şi H în cm spre a unifica măsurile scriem: $n = 240.000\frac{M}{H^3} = 240\frac{10^3}{H^3} \cdot M$

Această din urmă expresie poate fi reprezentată într'o nomogramă, după cum arată fig. 8. Prima curbă dă valorile $240\ \frac{10^3}{H^3}$, iar seria de oblice din dreapta servesc la multiplicarea rezultatelor, cu valorile momentelor, ce solicită grinzile combinate triple, ale podurilor de c. f. ecart. 0,760 m.

Construcţia graficului şi modul de utilizare au fost arătate la grinzile combinate duble.

La aceste grinzi, luând $b = \frac{H}{3}$ şi $\sigma' = 0{,}6\ \sigma_{adm}$ urmează că:

$$W = \frac{M}{\sigma'};\ \frac{bh^2}{6} = \frac{M}{0{,}6\,\sigma} \quad \text{sau} \quad \frac{H}{3}\,\frac{H^2}{6} = \frac{H^3}{18} = \frac{100.1000\ M}{0{,}6.100} = \frac{1.000\ M}{0{,}6}$$

$$\text{deci: } H^3 = 30.000\ M$$

Inlocuind în expresia lui n obţinem: $n = \frac{240.000\ M}{30.000\ M} = 8$ pene.

Acelaşi rezultat se poate ceti şi în nomograma menţionată mai sus, unde pentru valorile extreme $H = 99$ cm şi $H = 125$ cm se găseşte un număr invariabil de pene, $n = 8$.

Aceasta arată, că dacă bârnele din care se compune grinda combinată triplă au secţiunea patrată, este suficient să se ia un număr de 8—9 pene, pentru orice deschidere liberă a podului, între 11 şi 16 metri.

Repartiţia penelor se poate face şi în cazul grinzilor triple după tabela dela pag. 59 sau după graficul din fig. 4. Se vor lua însă precauţiuni, să nu se slăbească grinda în acelaşi plan vertical, aşa că rândul al doilea de pene va fi deplasat puţin (cu o distanţă egală cu $d + 5$ cm), bine înţeles fără ca prin aceasta să se schimbe poziţia şuruburilor.

Intre penele de lângă reazem, sau între ultima pană şi capătul grinzii trebue să rămână o distanţă suficient de mare, pentru ca lemnul bârnelor să nu se foarfece în lungul fibrelor.

Din relaţia $t_0 = \frac{R}{b\tau}$, punând pentru grinzile triple $S = 0{,}56\ H^2$, $b = \frac{H}{3}$ şi $\tau = 7$ kg/cm² se află:

$$t_0 = \frac{0{,}56\ H^2}{\frac{H}{3} \cdot 7} = 0{,}24\ H$$

Exemplu: Pentru podurile de c. f. ecart. 0,76 m s'au calculat, la deschiderile libere (2) între 12—16 m înălţimile necesare (H) ale grinzilor triple şi distanţele minime între pene (t_0) din tabela ce urmează:

l (m) =	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	15,5	16,0
H (cm) =	99	102	105	108	111	113	115	118	121	123
t_0 (cm) =	24	24	25	26	27	27	28	28	29	30

CONCLUZIUNI

In acest studiu s'a cercetat chestiunea numărului şi a poziţiei penelor transversale, la grinzile combinate de lemn, alcătuite din două, respectiv din trei bârne suprapuse.

S'au examinat metodele utilizate în practică şi s'au stabilit relaţiuni între dimensiunile elementelor constructive. Aceste relaţii permit determinarea expeditivă a secţiunii penelor, a numărului lor şi a distanţei minime necesare între ele, pentru a evita, pe de o parte strivirea sau forfecarea penei, iar pe de alta forfecarea pragurilor rămase între scobiturile pentru pene.

S'au verificat relaţiunile propuse în unele lucrări recente pentru aflarea forţei de alunecare longitudinală. S'a întocmit o tabelă pentru repartiţia penelor, când grinda e acţionată la încovoiere printr'o sarcină uniform repartizată sau printr'o sarcină echivalentă.

Cu această ocazie s'a constatat, că noile cifre propuse prin circularele germane DIN 1052/1940 şi DIN 1074/1941, referitoare la rezistenţele lemnelor pentru poduri, măresc sensibil distanţele minime necesare între pene. Aceasta se datoreşte în special reducerii cu 30% a rezistenţei admisibile la forfecare, în lungul fibrelor, pentru răşinoase şi cu 40% pentru stejar. Faţă cu faptul, că pentru poduri se utilizează de regulă lemne de cea mai bună calitate, şi că sarcinile ce solicită grinzile la încovoiere sunt majorate prin multiplicarea cu coeficientul de impact, socotim că se poate face uz, fără pericol, şi în viitor, de cifrele conţinute în circularele vechi, care s'au verificat în practică. La grinzile de poduri alcătuite din bârne de brad, cu pene transversale de stejar, la care secţiunea bârnelor e rectangulară ($b = H/2$ resp. $H/3$) lungimile pragurilor se vor lua $t_0 = 0{,}36\ H$ resp. $0{,}24\ H$.

Lucrare prezentată la Institut la 22 Ianuarie 1946.
Jl. I.C.E.F. Nr. 239/1946.

BIBLIOGRAFIE

1. *Melan, J.:* Der Brückenbau, Deuticke, Wien, 1922.
2. *Bronneck, H.:* Holz im Hochbau, Springer, Wien, 1927.
3. *Gesteschi, Th.:* Grundlagen des Holzbaues, Ernst, Berlin 1930.
4. *Mittasch-Bräunig:* Bau und Berechnung von Brücken, Teubner, Berlin, 1933.
5. *Filipescu Gh., Em.:* Statica şi Rezistenţa, Bucureşti 1935.
6. *Laskus, A.:* Hölzerne Brücken, IV ed., Ernst, Berlin 1942.
7. *Wille,* F.*:* Neue Bemessungsverfahren für Holzbauwerke, Ernst, Berlin 1942.
8. *Sburlan, D.:* Procedee expeditive pentru d mensionarea grinzilor... Rev. Pădurilor 7—9, 1945.
9. *Sburlan, D.:* Contribuţiuni la studiul grinzilor principale de lemn pentru podurile de c. f. ecart. 0,760 m, « Analele ICEF », XI, 1946.

CONSIDÉRATIONS SUR LE NOMBRE ET LA POSITION DES GOUJONS TRANSVERSAUX POUR LES POUTRES COMBINÉES EN BOIS

Cette étude traite la question du nombre et de la position des goujons transversaux pour les poutres combinées en bois, composées des 2 ou 3 pièces superposées.

On examine d'abord les méthodes utilisées jusqu'à présent dans la pratique et on arrive à établir de nouvelles relations entre les dimensions des éléments constructives. Celles-ci facilitent la détermination rapide de la section des goujons, de leur nombre et de la distance minima nécessaire pour éviter, d'une part l'écrasement ou le cisaillement des goujons, d'autre part le cisaillement des surfaces frontales des mortaises entaillées dans les poutres.

On a verifié ensuite les formules proposées récemment pour la détermination de la force du glissement longitudinal. On a dressé une tabelle pour la répartition des goujons, quand la poutre est solicitée à la flexion par une charge uniformement distribuéé ou par une charge équivalente aux trains des forces mobiles et au poids propre.

A cette occasion on a constaté, que les nouvelles chiffres proposées par les circulaires allemandes DIN 1.052/940 et DIN 1.074/941 concernant les résistances admissibles pour le bois utilisé dans la construction des ponts agrandissent sensiblement les distances minima nécessaires entre les goujons. Ce fait est dû spécialement à la réduction de la résistance au cisaillement dans la direction des fibres de 30% pour les bois résineux et de 40% pour le bois de chêne.

Considérant que pour les ponts on utilise généralement des bois de premier choix et que les charges qui solicitent les poutres à la flexion sont augmentées encore par la multiplication avec un coefficient d'impact, l'auteur apprecie qu'on pourrait faire usage sans danger des chiffres contenues dans les anciennes circulaires, que la pratique à d'ailleurs verifié et adopté.

Pour les poutres des ponts à section rectangulaire, en bois de sapin, avec des goujons transversaux de chêne, ayant $b = H/2$, resp. $b = H/3$, les distances minimes entre les goujons sont $t_0 = 0{,}36\ H$ resp. $t_0 = 0{,}24\ H$.